

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ НА НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРИАТА

Программа вступительного испытания по математике разработана для абитуриентов, имеющих право сдавать экзамены в традиционной форме. Программа по математике составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

Программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

АЛГЕБРА

- Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
- Целые, рациональные, действительные числа и операции с ними.
- Преобразование арифметических и алгебраических выражений. Формулы сокращённого умножения.
- Числовые неравенства и их свойства.
- Функция. Область определения и множество значений. График функции. Чётность, нечётность, периодичность функций. Линейная, квадратичная, степенная, дробно-рациональная функции и их свойства.
- Линейные уравнения. Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Уравнения с модулем. Уравнения высших степеней. Разложение многочленов на множители.
- Линейные неравенства. Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Неравенства с модулем.
- Корень из числа и его свойства. Арифметический корень. Иррациональные уравнения. Иррациональные неравенства.
- Арифметическая и геометрическая прогрессии и их свойства.
- Задачи на составление уравнений (задачи на движение, на проценты, на совместную работу, на смеси и пр.)
- Тригонометрические формулы. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции и их свойства. Преобразование тригонометрических выражений. Тригонометрические уравнения и неравенства.
- Свойства степеней. Логарифмы и их свойства. Показательная и логарифмическая функции и их свойства. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.
- Задачи и параметры.
- Системы уравнений и неравенств.
- Множества точек на координатной плоскости.

ГЕОМЕТРИЯ

Планиметрия:

- смежные и вертикальные углы,
- признаки и свойства равнобедренного треугольника, признаки равенства треугольников,
- теоремы о параллельных прямых, сумма углов треугольника, сумма углов выпуклого многоугольника,
- геометрические места точек (множество внутренних точек угла, равноудалённых от его сторон, множество точек, равноудаленных от концов отрезка),
- медианы, биссектрисы, высоты треугольника и их свойства,
- подобие треугольников, теорема Фалеса, теорема о пропорциональных отрезках,
- четырёхугольники; параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция и их свойства,
- пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике, теорема Пифагора,
- площадь и её свойства,
- формулы площади треугольника, параллелограмма, трапеции,
- точки пересечения высот, медиан, биссектрис, серединных перпендикуляров треугольника,
- теоремы синусов, косинусов и Менелая для треугольника,
- окружность и её свойства,
- касательная к окружности и её свойства,
- теоремы о пропорциональных отрезках в окружности,
- теоремы об углах, связанных с окружностью (вписанный угол, центральный угол, угол между касательной и хордой),
- окружность, описанная около треугольника; окружность, вписанная в треугольник,
- окружность, описанная около четырёхугольника; окружность, вписанная в четырёхугольник,
- правильные многоугольники и их свойства,
- длина окружности, площадь круга и его частей,
- векторы, скалярное произведение векторов,
- метод координат на плоскости.

Стереометрия. Параллельность прямых и плоскостей, перпендикулярность прямых и плоскостей. Объем фигуры; площадь поверхностей фигуры. Куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, цилиндр, конус и их свойства. Векторы и координаты в пространстве. Сечения многогранников. Углы и расстояния в пространстве.

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных методов.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ АБИТУРИЕНТОВ

Абитуриент должен:

знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

АЛГЕБРА

уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

уметь

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;
- вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

уметь

- решать рациональные, простейшие иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

- составлять уравнения и неравенства по условию задачи;
- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

ГЕОМЕТРИЯ

уметь

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Вступительный экзамен по математике проводится в следующем формате.

Продолжительность экзамена по математике – четыре астрономических часа (240 минут).

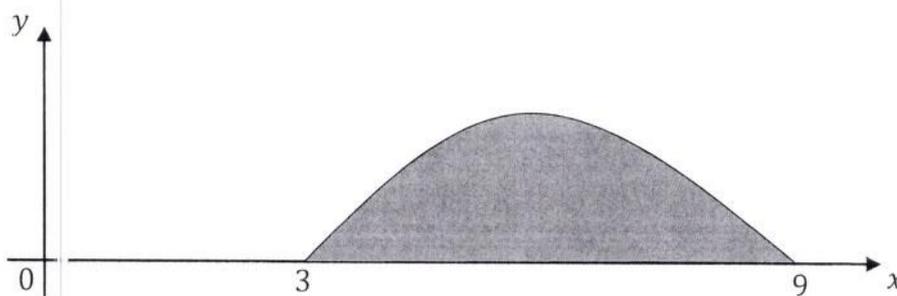
Абитуриентам будет предложено 16 заданий, которые разбиты на 2 части. Первая часть содержит 12 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Правильное полное решение

каждой из них оценивается в 5 баллов. Вторая часть содержит 4 задания с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий), полное решение каждой из них оценивается в 10 баллов. Все задачи строго соответствуют примерной программе по математике для поступающих в российские высшие учебные заведения в 2021 году.

Минимальный проходной балл – 39.

Примерный вариант заданий вступительного испытания по математике:

1. Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 20%.
2. Упростите выражение $\frac{ab}{a+b} \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$ и найдите его значение при $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \sqrt{3} + 1$.
3. Какова вероятность того, что при трёх подбрасываниях симметричной монеты герб выпадет ровно два раза?
4. Найти значение выражения $\log_{5\sqrt[3]{5}} 25\sqrt{5}$.
5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{3}{8}$, $DC = 2\sqrt{55}$. Найдите AB .
6. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.
7. Длина арифметическая прогрессия: $-2,9; -2,6; \dots$ Укажите наименьший по абсолютной величине член арифметической прогрессии.
8. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$.



Функция $F(x) = -\frac{1}{15}x^3 + \frac{6}{5}x^2 - \frac{27}{5}x - \frac{1}{10}$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной функции.

Примерные варианты заданий второй части вступительного испытания по математике:

1. Дано: $\cos \beta = 0.8$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите $\sin \beta$.
2. От пристани A к пристани B отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Расстояние между пристанями равно 182 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.
3. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{2014}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.
4. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h – расстояние в метрах, t – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,4 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.
5. Решите неравенство

$$\log_{\frac{a^2+2015}{a^2+2016}}(3x - 5) \geq \log_{\frac{a^2+2015}{a^2+2016}}(x + 8).$$
6. Решите уравнение

$$(2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3) \log_{14}(-\cos x) = 0.$$
7. Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$y = 2 \cos^2 x + \cos x - 2.$$
8. При каких значениях параметра a уравнение

$$25^{x+0.5} - (5a + 2) \cdot 10^x + a \cdot 4^{x+0.5} = 0$$
 имеет ровно два различных корня?

Уровень сложности двух групп предлагаемых задач соответствует уровням сложности задач, относящихся к части 1, 2 единого государственного экзамена, и для подготовки к вступительному экзамену по математике можно использовать многочисленные пособия по сдаче ЕГЭ.